Trigonometría

La trigonometría estudia las relaciones que existen entre los lados y los ángulos de un triángulo. Esto permite modelizar situaciones con la realización de esquemas en las que simula la situación, quedando identificado a partir de triángulos, y de esta manera se realizan diferentes cálculos de longitudes o ángulos que, tal vez sería inaccesibles en una medición real.

Los matemáticos griegos de la Antigüedad fueron quienes utilizaron por primera vez para realizar cálculos astronómicos.

En la actualidad es aplicada en física y en diferentes ingenierías; las funciones trigonométricas para realizar modelos de fenómenos periódicos, que son fenómenos que se repiten en forma cíclica. Por ejemplo, las mareas, los latidos al corazón, el sonido de las músicas, etc.

Situación 1

Un arquitecto tiene que hacer la maqueta de una rampa. Para eso comienza dibujando un triángulo rectángulo ABC, que cumple con estas dos condiciones:

- El ángulo del vértice B es recto.
- El ángulo del vértice A mide 30º.

De modo que toma los instrumentos de geometría necesarios, traza dos rectas perpendiculares y luego otra, que forma un ángulo de 30º con una de las primeras.

Intenten dibujar la figura que obtuvo el arquitecto, y comparen sus construcciones con las de sus compañeros.

¿Cuántos triángulos se pueden construir de esa manera? ¿Todos tienen igual forma? ¿Hay alguna relación entre ellos?

Si se consideran dos de esos triángulos, ¿Qué se obtiene si se compara la razón entre catetos con la razón entre las hipotenusas respectivamente correspondientes? ¿Que se obtiene si se comparan las razones entre un cateto AB y la hipotenusa AC de cada triangulo?

Extraído de "Matemática4ES. Huellas". Chorny, F. Salpeter, C. Casares, P.

Ángulos Orientados en un Sistema Cartesiano

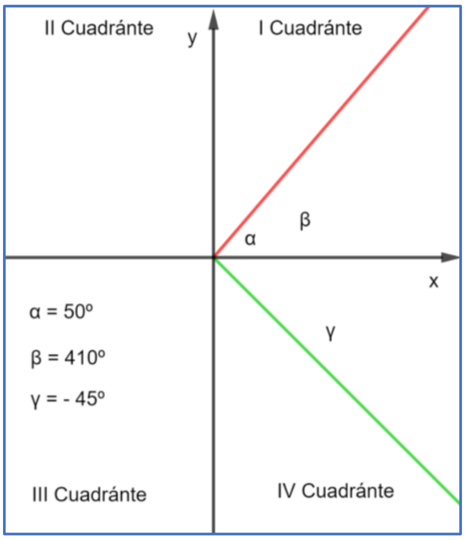
Los ángulos se generan por la rotación, en el sentido contrario al de las agujas del reloj, de una semirrecta con origen en (0, 0), a partir de una posición inicial que coincide con el semieje positivo x.

Si ubicamos un ángulo en un sistema de ejes cartesianos, tendrá las siguientes características:

- Su vértice se encuentra en el origen de coordenadas.
- Está generado por una semirrecta que tiene su origen en el punto (0, 0).
- La semirrecta comienza a girar desde una posición inicial que coincide con el semieje positivo de las x, manteniendo fijo su origen, hasta llegar a su posición final (lado terminal).

Los ejes cartesianos dividen al plano en cuatro sectores llamadas cuadrantes. Un ángulo pertenece a un cuadrante cuando su lado terminal se encuentra en él.

Otra característica muy importante a distinguir es el sentido de orientación en el que rota la semirrecta; cuando lo hace en sentido contrario al que avanzan las agujas del reloj (antihorario), genera un ángulo positivo, y cuando lo hace en el mismo sentido (horario), genera un ángulo negativo.



Sistema de medición de ángulos

Es común utilizar para medir ángulos los grados sexagesimales, estos se enseñan desde muy temprana edad. Existen otros sistemas de medición de ángulos, el más conveniente para trabajar con funciones trigonométricas es el sistema circular. Este sistema se construye a partir de la proporcionalidad entre el arco y el radio.

Sistema sexagesimal

Un **grado sexagesimal** es la medida del ángulo obtenido al dividir el ángulo central de una circunferencia en 360 partes iguales. Por lo tanto, el ángulo central de la circunferencia mide 360°. Un ángulo recto es un ángulo que mide 90°.

Hay, además, graduaciones menores al grado, que son los minutos (′) y los segundos (″).

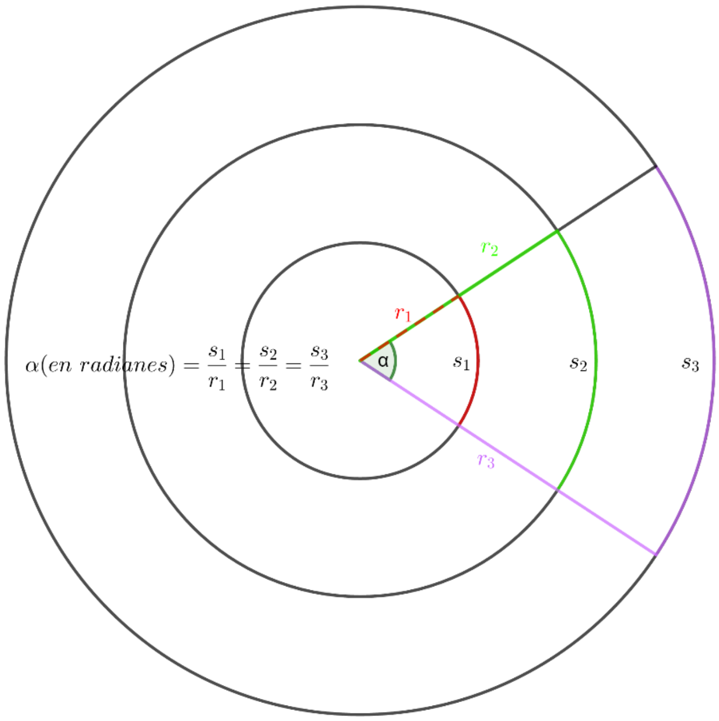
Tenemos que 1° = 60′ y además 1′ = 60″

Entonces, 1° = 3600″.

Sistema Circular

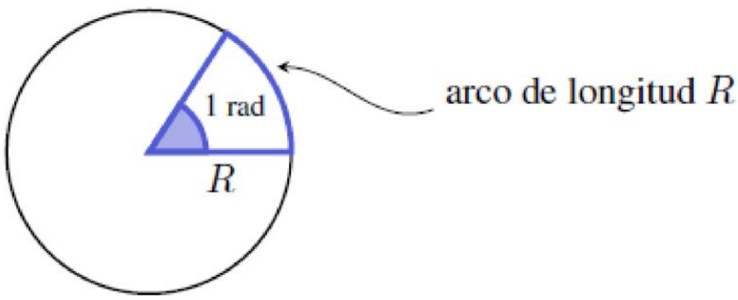
La proporcionalidad que existe entre la longitud s de los arcos de dos circunferencias cualesquiera determinados por un ángulo central α y los radios r correspondientes, permite tomar como medida del ángulo el cociente:

$$\frac{arco}{radio} = \frac{s}{r}$$



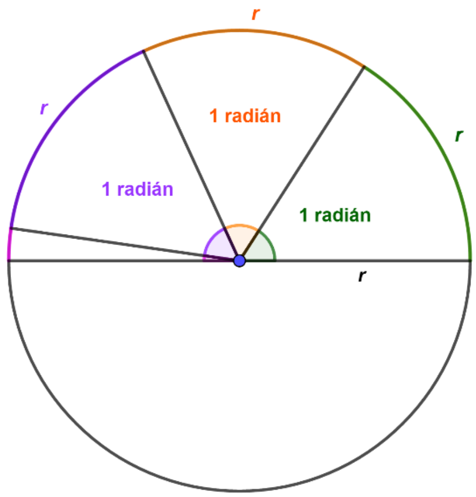
En el sistema circular la unidad de medida es el radián.

Un ángulo central de 1 radián es aquel que determina un arco que tiene una longitud igual al radio.



Si s = r, entonces el cociente s/r = 1

Puede probarse que el radián no depende del tamaño de la circunferencia, y para expresar la medida de un ángulo α en radianes simplemente hacemos $\propto = \frac{arco}{radio} = \frac{s}{R}$ donde R es el radio de la circunferencia y s es la longitud del arco que el ´ángulo define sobre la circunferencia.



En toda circunferencia, el radio entra algo más de tres veces en un ángulo de 180º. Esa cantidad es un número irracional que se llama pi y lo representamos con la letra griega π. Por lo tanto, un ángulo llano mide π radianes.

Una circunferencia de radio r su perímetro es $2\pi r$, lo cual es equivalente a pensar cuántos radianes entran en el arco de una circunferencia completa. Es decir, en la circunferencia entra 2π veces el radio.

Como la longitud de la circunferencia es $2\pi r$, esta contiene 2π veces la longitud del radio; independiente del valor del mismo.

Entonces, tenemos que 360° = $2\pi\ rad$

Esta relación nos ayudará a convertir la amplitud de un ángulo del sistema sexagesimal al sistema circular y viceversa.

Ejemplo 1

Convertimos el ángulo de 45º en su equivalente en radianes.

$$\frac{2\pi\ rad}{x} = \frac{360°}{45°} \rightarrow x = \frac{45°.2\pi\ rad}{360°} \rightarrow x = \frac{1}{4}\pi\ rad$$

Calculemos cuanto equivale $\frac{5}{12}\pi\ rad$ en el sistema sexagesimal.

$$\frac{360°}{x} = \frac{2\pi\ rad}{\frac{5}{12}\pi\ rad} \rightarrow x = \frac{360°.\frac{5}{12}\pi\ rad}{2\pi\ rad} \rightarrow x = 75°$$

Calculemos cuantos grados sexagesimales equivale 1 rad.

$$\frac{360°}{x} = \frac{2\pi\ rad}{1\ rad} \rightarrow x = \frac{360°.1\ rad}{2\pi\ rad} \rightarrow x \cong 57°\,17'45''$$

Actividad

1-. a). Indiquen a qué cuadrante pertenece cada ángulo.

$\alpha_1 = 310º$ $\alpha_3 = 790º\ 15'$ $\alpha_5 = 160º$

$\alpha_2 = -190º$ $\alpha_4 = 765º$ $\alpha_6 = -361º\ 15'$

b). Identifica en que cuadrante se encuentra el lado terminal.

2-. Indiquen todos los ángulos positivos cuya medida sea menor que 1080º y tengan el mismo lado terminal que $\alpha = -170º$.

3-. ¿Cuál es el ángulo positivo menor que un giro que tiene el mismo lado terminal que su opuesto?

4-. Convertir los siguientes ángulos medidos en el sistema sexagesimal al sistema circular.

a). 30º b). - 45º c). 12º d). 47º 44' 47''

5-. Convertir los siguientes ángulos medidos en el sistema circular al sistema sexagesimal.

a). $\frac{4}{3}\pi\ rad$ b). 1,5 π rad c). 3 rad d). $\frac{1}{5}\pi\ rad$

6). Indiquen si los siguientes pares de ángulos son iguales o no. Justifica tu respuesta.

a). 30º y $\frac{\pi}{6}$ b). 270º y $\frac{6}{4}\pi$ c). – 75º y $\frac{5}{12}\pi$

Razones trigonométricas

Las razones trigonométricas son relaciones que se establecen entre los lados de un triángulo rectángulo.

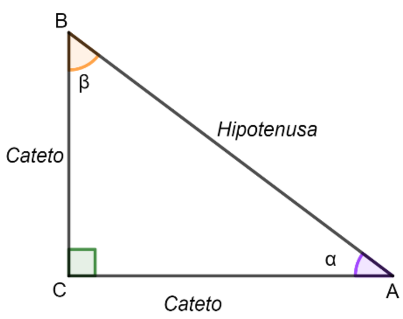
Sabemos que en todo triángulo rectángulo se cumple que:

Un ángulo es recto y los otros dos son ángulos complementarios.

El lado opuesto al ángulo recto se llama Hipotenusa y los otros dos lados catetos.

Se verifica el Teorema de Pitágoras.

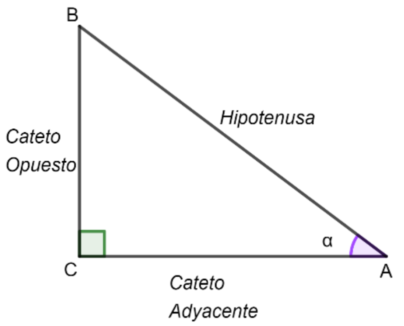
Según el ángulo agudo que considere los catetos reciben nombre particular.

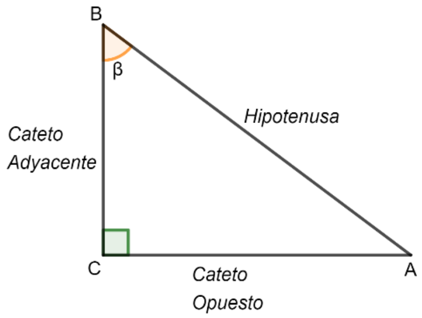


$\alpha + \beta = 90°$

Teorema de Pitágoras

$\bar{AB}^2 = \bar{BC}^2 + \bar{CA}^2$





Con esta terminología podemos definir las razones trigonométricas correspondientes a un ángulo agudo α de un triángulo rectángulo. Esto es simplemente ponerle un nombre a cada una de las razones entre los lados.

- El seno de α es la razón entre las longitudes del cateto opuesto y de la hipotenusa.

$$sen(\alpha) = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa}$$

El coseno de α es la razón entre las longitudes del cateto adyacente y de la hipotenusa:

$$Cos(\alpha) = \frac{Cateto\ Adyacente}{Hipotenusa}$$

La tangente de α es la razón entre las longitudes del cateto opuesto y del adyacente:

$$tg(\alpha) = \frac{Cateto\ Opuesto}{Cateto\ Adyacente}$$

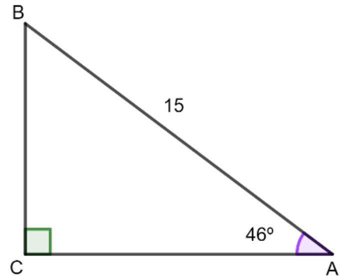
Las razones recíprocas a las anteriores se denominan cosecante, secante y cotangente, respectivamente:

$$Cotg(\alpha) = \frac{Cateto\ Adycente}{Cateto\ Opuesto}$$

$$Sec(\alpha) = \frac{Hipotenusa}{Cateto\ Adyacente}$$

$$Cosec(\alpha) = \frac{Hipotenusa}{Cateto\ Opuesto}$$

Ejemplo 2



Con los datos de la figura encontrar la longitud de los lados que faltan y la amplitud de los ángulos.

Solución:

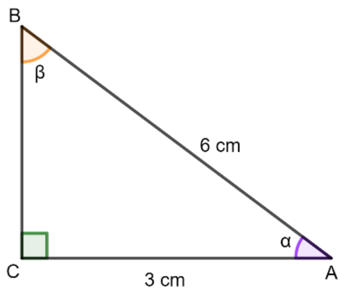
Si α=46º, podemos encontrar la amplitud de β = 90º - 46º

β = 44º

$$sen(46°) = \frac{BC}{15} \to BC = 15.sen(46°) \to BC \cong 10,79$$

$$cos\, cos\, (46°)\ = \frac{CA}{15} \to CA = 15.cos\, cos\, (46°)\ \to AC \cong 10,42$$

Resolver el triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 6 cm y uno de sus catetos 3cm.



Solución:

Comenzaremos calculando el cateto BC por medio del Teorema de Pitágoras

$(6cm)^2=(3cm)^2 + BC^2$

$$BC = \sqrt{(6cm)^2 - (3cm)^2}$$

$$BC \cong 5,20\ cm$$

Para encontrar la amplitud de los ángulos, buscamos la relación existente entre la longitud de los lados que se conoce como dato.

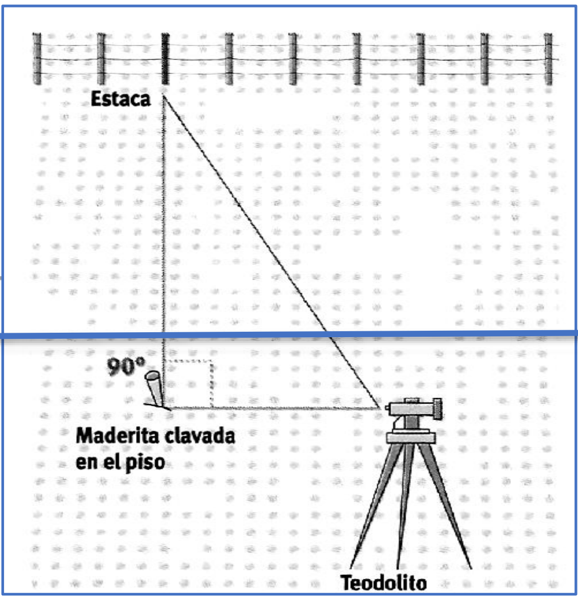
$$Cos(\alpha) = \frac{3\ cm}{6\ cm} \ \to\ \alpha = arccos\ arccos\ \left(\frac{3\ cm}{6\ cm}\right)\ \to\ \alpha = 60°$$

$$Sen(\beta) = \frac{3\ cm}{6\ cm}\ \to\ \beta = \left(\frac{3\ cm}{6\ cm}\right)\ \to\ \beta = 30°$$

Situación 2

Un agrimensor quiere medir el ancho de un campo. Para ello se para en un extremo del ancho, hace allí una marca con una madera y luego toma como referencia algún objeto identificable que esté en el límite opuesto del terreno, por ejemplo, una estaca del cerco. Con el teodolito, mide un ángulo recto que tenga por lado a la recta que determinan los puntos de apoyo de la estaca y la madera. Después toma otro punto de referencia que esté sobre el otro lado del ángulo a 300 metros del primero. Por último, mide el ángulo que tiene por vértice este último punto y cuyos lados pasan por la estaca del cerco y la madera. Si el agrimensor sabe que este último ángulo tiene una amplitud de 35º, ¿Cómo puede hacer para calcular el ancho del terreno?

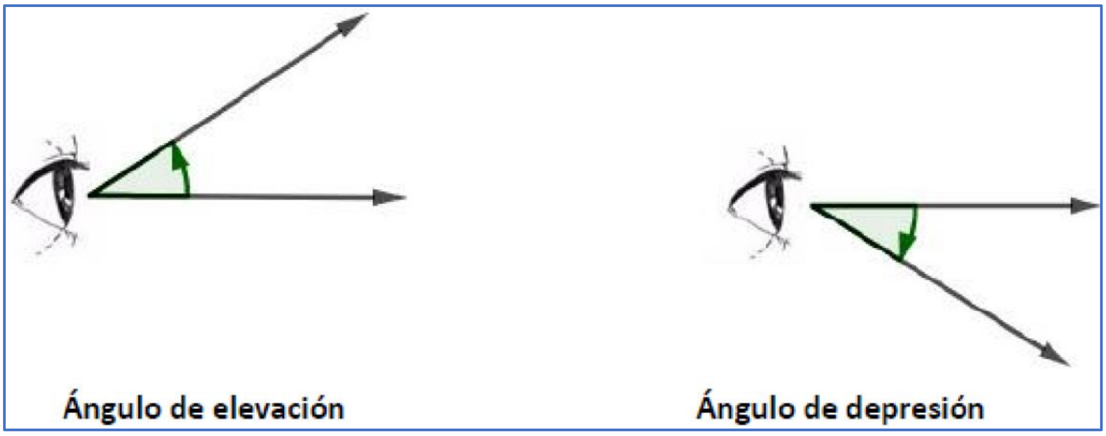
Extraído de "Matemática I, de la practica a la formalización", Kurzrok, Liliana E.- Comparatore, Claudia R.



Problemas de aplicación-Resolución de triángulos rectángulos

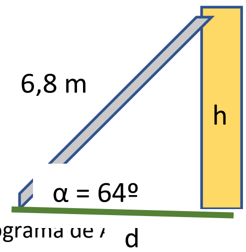
Las razones trigonométricas y propiedades de triángulos rectángulos son muy útiles para la resolución de problemas de situaciones reales simples. En muchos de los problemas tendremos que tener en cuenta ciertas convenciones y definiciones.

El ángulo que forma la visual con el plano horizontal que pasa por el ojo del observador se llama **ángulo de elevación**, si el punto observado está por encima de dicho plano; o **ángulo de depresión**, si el punto está por debajo.



Ejemplo 3

Una escalera de 6,8 m de longitud se apoya en una pared, de manera que forma de un ángulo de 64º con el piso. ¿A que distancia de la pared se encuentra el pie de la escalera? ¿A que altura de la pared está apoyada la escalera?



Solución: Realizando un esquema de la situación y ubicando los datos e identificando lo que se quiere averiguar.

Para poder determinar la distancia de la pared al pie de la escalera hacemos: $Cos\ 64° = \frac{d}{6,8\ m} \rightarrow d = 6.8\ m\ .Cos\ 64°$

d = 2,98 m

Para encontrar la altura a la cual se apoya la escalera sobre la pared, hacemos:

$$Sen\ 64° = \frac{h}{6{,}8\ m} \rightarrow h = 6{,}8\ m\ .Sen\ 64° \ \rightarrow h = 6{,}11\ m$$

El pie de la escalera se encuentra a 2,98 m de distancia de la pared y se apoya a una altura de 6,11m de altura.

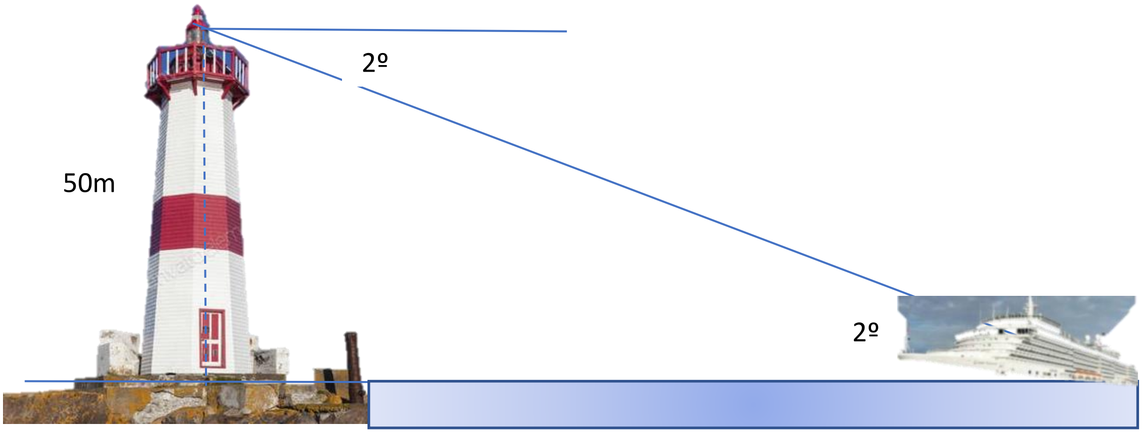
Extraído de "Matemática4ES. Huellas"; Chorny, F. Salpeter, C. Casares, P.

Ejemplo 4

Desde lo alto de un faro, el cuidador observa un barco que se detuvo en altamar. El ángulo que forma la visual hacia el barco con el horizonte es de 2º. Si el faro tiene 50 metros de alto, ¿a qué distancia se encuentra el barco?

Solución:

Cuando realizamos una representación gráfica de la situación, observamos que el ángulo está formado por la visual al barco y la horizontal formando un ángulo de depresión fuera del triángulo.



Por relación entre ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal, el ángulo de depresión del cuidador en el faro y el ángulo de elevación que se forma en el barco son iguales.

Entonces, para encontrar la distancia del barco al faro hacemos:

$$tg\ 2° = \frac{50\ m}{d} \rightarrow d = \frac{50\ m}{tg\ 2°} \rightarrow d = 1431{,}81\ m$$

La distancia a la que se encuentra el barco es de 1431,82 metros de la base del faro.

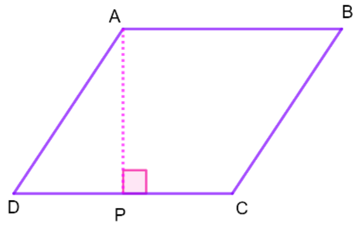
Extraído de "Matemática I, de la practica a la formalización", Kurzrok, Liliana E.- Comparatore, Claudia R.

Actividad

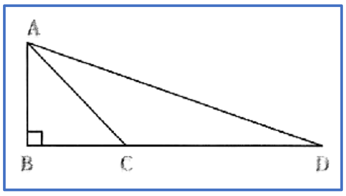
7-. En una fábrica necesitan construir una cinta transportadora para llevar la mercadería desde el depósito, en el subsuelo, hasta el salón de ventas, que está en la planta baja. La distancia vertical entre los dos salones es de 2,60 m. Si el ángulo de inclinación de la cinta será de 24º, ¿Qué longitud aproximada deberá tener la cinta?

8-. Un cateto de un triángulo rectángulo mide la cuarta parte que la hipotenusa. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

9-. Calculen el área y el perímetro del paralelogramo ABCD, sabiendo que $\widehat{D} = 37°$, AC = 25 cm y AP = 18 cm.

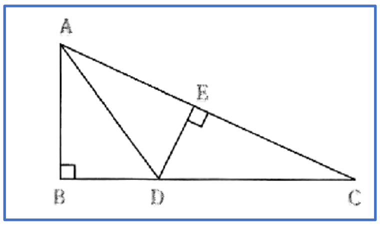


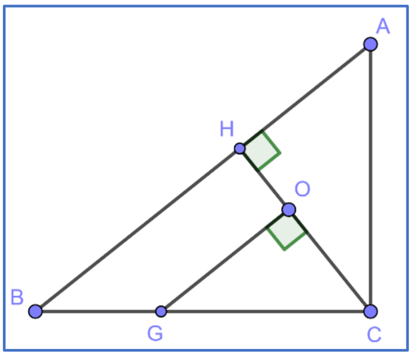
10-. Encuentren el valor de la medida del segmento CD, sabiendo que AB = 8,5 cm, ACB = 43º y ADC = 34º.



e

11-. Encuentren los valores de las medidas de los segmentos BD y DE, sabiendo que ACB = 23º; AB = 25cm; BDA = 52º y CED = 90º.





12-. Calculen el área y el perímetro del triángulo rectángulo ABC, sabiendo que CH es la altura correspondiente a AB, GO // BA; GO = 34 cm, BH = 50 cm y OGC = 36º.

13-. Un gato está parado en el extremo más alto de un árbol, a 5 m del suelo. De pronto ve, con un ángulo de 15º respecto de la vertical, a un ratoncito comiendo queso. ¿A qué distancia de la base del árbol se encuentra el ratoncito?

Situación 3

María está mirando por la ventana cómo llega su hijo de la escuela. Cuando está parado en el cordón de la vereda de enfrente, lo ve con un ángulo de 40º. Cuando llega al cordón de la vereda de su casa, lo ve con un ángulo de 28º. Si el ancho de la calle es de 15 m, ¿A qué altura está la ventana?

Extraído de "Matemática4ES. Huellas"; Chorny, F. Salpeter, C. Casares, P

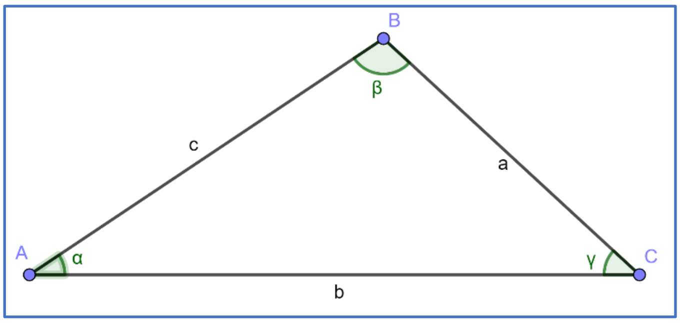
Triángulos no rectángulos

Hay situaciones cuyo planteo matemático se corresponde con un triángulo que no es rectángulo o son más de un triángulo rectángulo y su relación es compleja y, por lo tanto, no podríamos resolverlas con las herramientas vistas hasta el momento o no sería nada sencillo hacerlo.

Por este motivo, estudiaremos unos teoremas a los que llamamos Teorema del Seno y Teorema del Coseno. En la resolución, es necesario plantear con precisión cuáles son los datos y cuáles las incógnitas, para luego relacionarlas a través de los teoremas.

No hay una única manera de resolver problemas donde encontremos triángulos. Lo que sí puede ocurrir es que algún camino sea más sencillo que otro, por permitir obtener el resultado con mayor rapidez.

Teorema del Seno



El teorema del Seno establece la relación que existe entre la longitud de uno de los lados del triangulo y el seno del ángulo opuesto al lado. Esta relación se mantiene siempre constante para los tres lados.

$$\frac{a}{sen(\alpha)} = \frac{b}{sen(\beta)} = \frac{c}{sen(\gamma)}$$

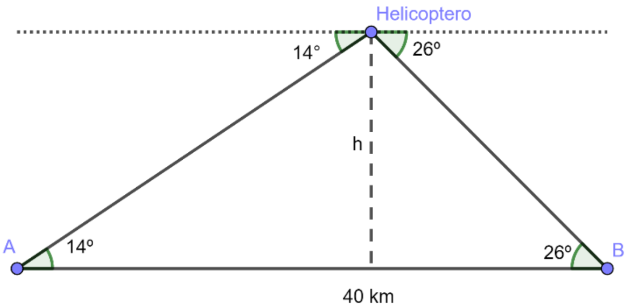
Ejemplo 5

Un helicóptero viaja de una ciudad hacia otra, distante entre sí a 40 km. En un determinado momento, los ángulos que forman las visuales, desde el helicóptero, hacia las ciudades con la horizontal son de 14º y 26º, respectivamente.

a). ¿A qué altura está el helicóptero?

b). ¿Qué distancia hay en ese momento entre el helicóptero y cada una de las ciudades?

Solución:



Si realizamos un esquema de la situación observamos que el triangulo no es rectángulo. Los datos que conocemos es que la distancia entre las ciudades A y B es de 40 km y que los ángulos de depresión que se observan las ciudades desde el helicóptero son de 14º y 26º. Por relaciones entre rectas paralelas cortada por una transversal podemos llevar estos ángulos al interior del triángulo.

La altura a la que se encuentra el helicóptero nos divide el triángulo en dos triángulos rectángulos. No podemos suponer que el helicóptero se encuentra justo en el medio de ambas ciudades.

El ángulo interior en H lo determinamos haciendo: H=180º - (14º + 26º) = 140º

Primero determinaremos las distancias a la que se encuentra el helicóptero a cada ciudad, planteando el teorema del seno.

$$\frac{40\ km}{sen\ (140°)} = \frac{AH}{sen(26°)} = \frac{BH}{Sen(14°)}$$

Trabajando algebraicamente podemos determinar que:

$$\frac{AH}{Sen(26°)} = \frac{40\ km}{Sen(140°)} \rightarrow AH = \frac{40\ km}{Sen(140°)}\ Sen(26°)\ \rightarrow AH \cong 27{,}28\ km$$

$$\frac{BH}{Sen(14°)} = \frac{40\ km}{Sen(140°)} \rightarrow BH = \frac{40\ km}{Sen(140°)}\ Sen(14°)\ \rightarrow AH \cong 15{,}05\ km$$

Ahora para determinar la altura a la cual se encuentra el helicóptero podemos hacer:

$$Sen(14°) = \frac{h}{27{,}28\ km} \rightarrow h = 27{,}28\ km\ .Sen(14°) \rightarrow h \cong 6{,}60\ km$$

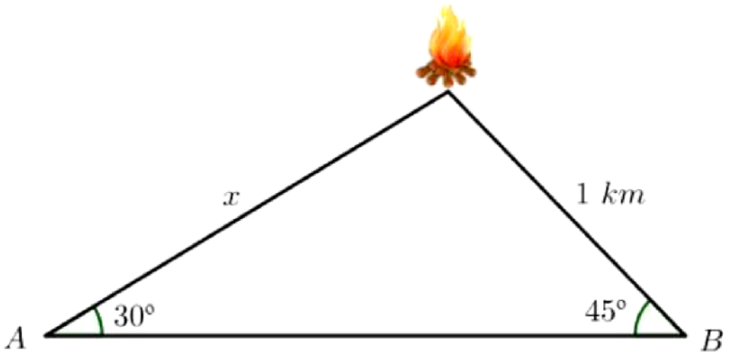
De esta forma sabemos que el helicóptero se encuentra a 27, 28 km de la ciudad A y a 15,05 km de la ciudad B a una altura de 6,60 km aproximadamente.

Extraído de “Matemática I, de la practica a la formalización”, Kurzrok, Liliana E.- Comparatore, Claudia R.

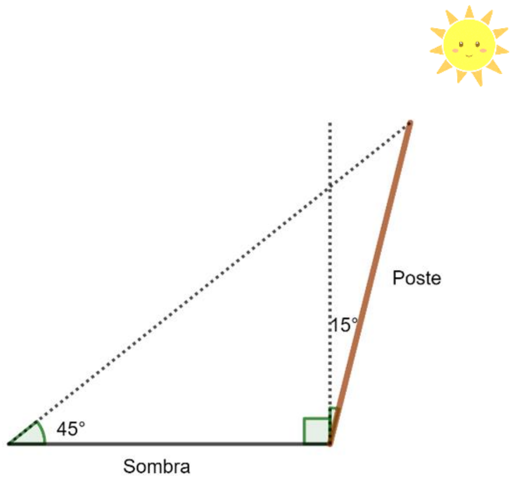
Actividad

14-. Una antena de radio está sujeta al suelo por un cable a cada lado, que forman con la antena ángulos de 45° y 60°. Los puntos de sujeción de los cables están alineados con el pie de la antena. La distancia entre los puntos de sujeción de los cables es de 120 m. Calcular la altura de la antena y la distancia de la misma a cada punto de sujeción.

15-. Dos guardabosques, A y B, descubren la misma fogata clandestina. Desde el puesto A se observa la fogata con un ángulo de 30º; mientras que del puesto B con un ángulo de 45º. Si el guardabosques B se encuentra a 1 km de la fogata. ¿A qué distancia de la fogata se encuentra el guardabosques A?



16-. Un poste vertical se inclina hacia el sol (según la figura) en un ángulo de 15° y proyecta una sombra de 8 metros. El ángulo de elevación desde la punta de la sombra hasta la parte superior del poste es de 45°. ¿Cuál es el largo del poste?

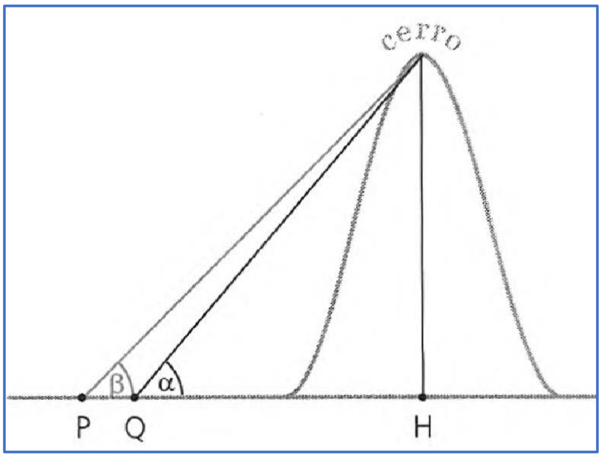


e

17-. Un agrimensor necesita conocer las dimensiones de un terreno triangular. En el terreno se ha formado una vertiente lo que impide tomar todas las medidas del mismo. Se determinan tres puntos A y B distantes entre si a 1200 m y un árbol en C inaccesible. El ángulo CAB = 120º y CBA = 37º20'. Determinar las dimensiones del terreno.

18-. Una embarcación hace diariamente el siguiente recorrido: del balneario A, sobre una de las orillas del Paraná, a una isla B del mismo rio y luego al balneario C en la orilla opuesta. Las distancias de A a B y de B a C son, respectivamente, 180 y 208metros. Si el ángulo BAC mide 60º, ¿Cuál es la distancia entre los balnearios de ambas orillas?

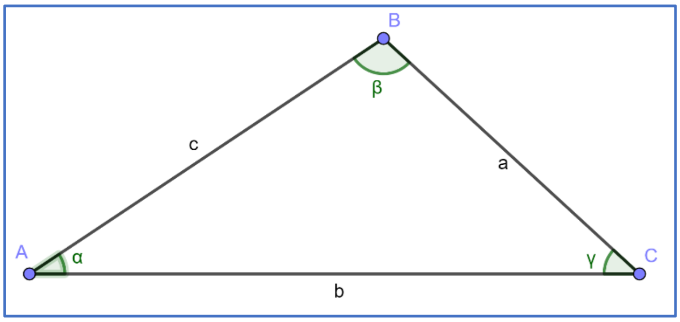
19-. Se desea medir la altura de un cerro. Para ello, desde un punto P, en las proximidades del cerro, se mide el ángulo de inclinación β = 45º 20'. Luego nos acercamos 100 m al cerro en línea recta y ubicamos el punto Q y medimos el ángulo α = 50º. ¿Cuál es la altura del cerro?



Extraido de "Matemática inicial para ingenieria". Di domenicantonio, R. Lubomirsky, N. Rivera, A. y de "Matemática II. Polimodal". Buschiazzo, N. Fongi, E. Gonzalez, M. Lagreca, L.

Teorema del coseno

En todo triangulo, se establece que el cuadrado de la longitud de uno de sus lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de ellos por el coseno del ángulo que forman.



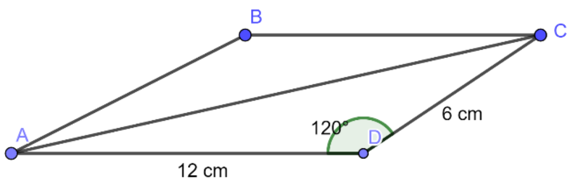
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta)$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$

Ejemplo 6

Determina la longitud de la diagonal de un paralelogramo cuyos lados miden 6 cm y 12 cm y forman un ángulo de 120º entre sí.



<u>Solución:</u>

Con los datos podemos aplicar el teorema del coseno para determinar la longitud de la diagonal AC.

$$AC^2 = (12cm)^2 + (6cm)^2 - 2.(12cm).(6cm).cos\ (120°)$$

$$AC = \sqrt{(12cm)^2 + (6cm)^2 - 2.(12cm).(6cm).cos\ (120°)}$$

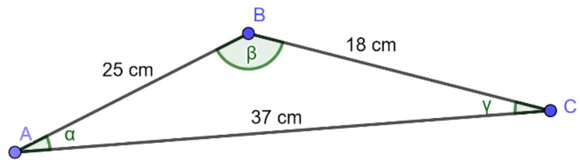
$$AC \cong 15{,}87\ cm$$

La longitud de la diagonal es aproximadamente de 15,87 cm.

Ejemplo 7

Se construye un triángulo con tres varillas de 37 cm, 18 cm y 25 cm. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Solución:



Con los datos, si quisiéramos aplicar el teorema del seno nos queda:

$$\frac{37cm}{Sen(\beta)} = \frac{25cm}{Sen(\gamma)} = \frac{18cm}{Sen(\alpha)}$$

Como se observa, no podemos determinar ningún valor del ángulo por este medio.

Planteamos el teorema del coseno:

$$(37cm)^2 = (25cm)^2 + (18cm)^2 - 2.(25cm).(18cm).cos\ (\beta)$$

Despejando β de la expresión, nos queda:

$$\beta = arccos\left[\frac{(37cm)^2 - (25cm)^2 - (18cm)^2}{-2.(25cm).(18cm)}\right] \rightarrow \beta = 117°49'05''$$

$$(25cm)^2 = (37cm)^2 + (18cm)^2 - 2.(37cm).(18cm).cos\ (\gamma)$$

Despejando γ de la expresión, nos queda:

$$\gamma = arccos\left[\frac{(25cm)^2 - (37cm)^2 - (18cm)^2}{-2.(37cm).(18cm)}\right] \rightarrow \gamma = 36°41'51''$$

$$(18cm)^2 = (25cm)^2 + (37cm)^2 - 2.(25cm).(37cm).cos\ (\alpha)$$

Despejando α de la expresión, nos queda:

$$\alpha = arccos\left[\frac{(18cm)^2 - (25cm)^2 - (37cm)^2}{-2.(25cm).(37cm)}\right] \rightarrow \alpha = 25°29'04''$$

La amplitud de los ángulos será α = 25º29’04’’; β = 117º49’05’’ y γ= 36º41’51’’.

Extraído de ; “Matemática II. Polimodal”. Buschiazzo, N. Fongi, E. Gonzalez, M. Lagreca, L.

Actividad

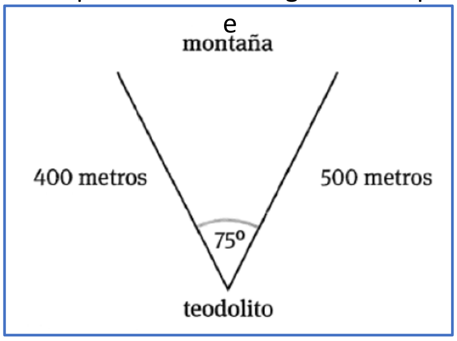
20-. Se quiere construir un puente sobre el cauce de un arroyo. Para determinar la longitud del arroyo se toma un punto C distante de los extremos del puente a 245 m y a 230 m. Si la amplitud del ángulo que forman las visuales a estos extremos es de 49º. ¿Cuál es la longitud del puente a construir?

21-. Dos automovilistas parten del mismo lugar. Uno va a 80 km/h hacia el Norte y el otro se dirige a 95 km/h en una dirección de 70º NE. ¿Cuál es la distancia entre ellos 2 horas después de la partida?

22-. Dos fuerzas de 24kgf y 32kgf dan una resultante de 20kgf. ¿Qué ángulo forman entre sí?

23-. Encontrar el perímetro y el área de un triángulo equilátero inscripto en una circunferencia cuyo radio mide 2 cm.

24-. Se desea construir un túnel para que una autopista pase debajo de una montaña. Con un teodolito se tomaron las medidas que se ven en el siguiente esquema:



Calculen el ancho que deberá tener el túnel.

Extraído de “Matemática inicial para ingeniería”. Di domenicantonio, R. Lubomirsky, N. Rivera, A. ; “Matemática II. Polimodal”. Buschiazzo, N. Fongi, E. Gonzalez, M. Lagreca, L. y de “Matemática I, de la practica a la formalización”. Kurzrok, Liliana E.- Comparatore, Claudia R.

Bibliografía

Kurzrok, Liliana E.- Comparatore, Claudia R. “Matemática I, de la practica a la formalización”. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Longseller. 2015.

Carena, Marilina. “Manual de matemática preuniversitaria”. Santa Fe. Ediciones UNL. 2019.

Sanabria, Daniela [et al]. “Matemática: entre la secundaria y la universidad”. Tandil. Editorial UNICEN. 2019.

Di domenicantonio, R. Lubomirsky, N. Rivera, A. “Matemática inicial para ingenieria”. La Plata. EDULP. 2019.

Chorny, F. Salpeter, C. Casares, P. “Matemática4ES. Huellas”. Boulonge. Estrada. 2015.

Camuyrano, M. Beatríz. Net, Gabriela. Aragón, Mariana. “Matemática 1. Modelos matemáticos para interpretar la realidad”. Estrada Polimodal. Buenos Aires. Editorial Estrada. Año 2000.

Kaczor, P. Schaposchnik, R. Franco, E. Cicala, R. Diaz, B. “Matemática I. Polimodal”. Ediciones Santillana S. A. Buenos Aires. Año 2000.

Buschiazzo, N. Fongi, E. Gonzalez, M. Lagreca, L. “Matemática II. Polimodal”. Ediciones Santillana S. A. Buenos Aires. Año 2000.